

ĐỀ 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm). Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$.

B. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

C. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 2. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = f(a) - f(b)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, $k \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$.

B. $\int_a^b kf(x) dx = \frac{1}{k} \int_a^b f(x) dx$.

C. $\int_a^b kf(x) dx = \int_a^b f(kx) dx$.

D. $\int_a^b kf(x) dx = kx \int_a^b f(x) dx$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $x - 5y + 2z - 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (0; -5; 2)$.

B. $\vec{n} = (1; -5; -2)$.

C. $\vec{n} = (1; -5; 2)$.

D. $\vec{n} = (1; 5; 2)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A_1(x_1; y_1; z_1)$ và có vector chỉ phương

$\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $A_2(x_2; y_2; z_2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó Δ_1 và Δ_2 chéo nhau khi và chỉ khi

A. $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq 0$

B. $\overrightarrow{A_1A_2} \cdot [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = 0$

C. $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0}$

D. $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0}$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -4 + 2t \\ z = -t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(-1; 4; 0)$.

B. $M(3; 2; -1)$.

C. $P(1; -4; 0)$.

D. $N(-3; -2; 1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình chính tắc của đường thẳng?

A. $x - 2y + z + 3 = 0$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{1} = 0$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{1}$.

D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$. Vector nào sau đây **không phải** là vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (2; 4; -10)$. B. $\vec{u} = (-1; 4; 2)$. C. $\vec{u} = (1; 2; -5)$. D. $\vec{u} = (-1; -2; 5)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2(m+1)z + m^2 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho là phương trình mặt cầu?

- A. $m \leq -3$. B. $m > -3$. C. $m \geq -3$. D. $m < -3$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 16$. Tìm tâm của mặt cầu (S) .

- A. $I(-1; 3; 0)$. B. $I(1; -3; 0)$. C. $I(-1; 3; 1)$. D. $I(-2; 6; 0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$. Tính góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 .

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$. B. $\cos(\Delta, (P)) = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.
C. $\sin(\Delta, (P)) = \frac{aA + bB + cC}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$. D. $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (2,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

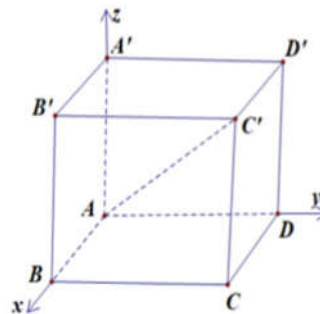
Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ được gắn trên hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới sao cho điểm A trùng với gốc tọa độ O và $AB = 2, AD = 3, AA' = 4$.

a) Điểm $D(0; 3; 0)$.

b) Vector $\vec{u} = (0; 3; 0)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AD .

c) Góc giữa hai đường thẳng $A'D'$ và AC' bằng 45° .

d) Phương trình tham số của đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$.



Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z = 0$ và điểm $A(2; 4; -1)$.

a) Bán kính của mặt cầu $R = 3$.

b) Phương trình mặt cầu (S) được viết lại là $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 3$.

c) Điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) .

d) Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 4$. Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d bằng 5.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \frac{\pi}{a} - \frac{b}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính abc .

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = -x^2 + 4x$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3: Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200; 450; 60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2; 1; 5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a; b; c)$. Tính $a + 3b + c$.



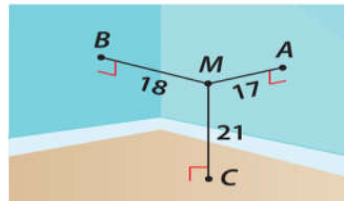
PHẦN IV. Tự luận (3,0 điểm). Thí sinh trình bày lời giải chi tiết từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1: Tìm $\int (3^x + 4x^2 - x + 5) dx$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 3; 2), B(2; 0; 1), C(3; 1; -4)$.

- Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .
- Tính khoảng cách từ điểm $M(-2; 3; -4)$ đến mặt phẳng (ABC) .

Câu 3: Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17cm, 18cm, 21cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23cm đến 24,5cm (kết quả là tròn đến một chữ số thập phân).



ĐỀ 2

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm). Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng K . Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$.

B. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

C. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.

D. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 2. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(a) - f(b)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(a) - F(b)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Câu 3. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên R . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ với mọi hằng số $k \in R \setminus \{0\}$.

D. $\int f(x).g(x) dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $3x - 5y - 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (3; 5; 0)$.

B. $\vec{n} = (3; -5; -2)$.

C. $\vec{n} = (3; -5; 0)$.

D. $\vec{n} = (-3; -5; 0)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $A_1(x_1; y_1; z_1)$ và có vector chỉ phương

$\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $A_2(x_2; y_2; z_2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó Δ_1 trùng Δ_2 khi và chỉ khi

A. $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \in \Delta_2$.

B. $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \notin \Delta_2$.

C. $\vec{u}_1$ cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_2 \notin \Delta_1$

D. $\vec{u}_1$ không cùng phương với $\vec{u}_2$ và $A_1 \in \Delta_2$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(-1; -2; 1)$.

B. $M(3; -4; -1)$.

C. $P(-3; 4; 1)$.

D. $N(1; 2; -1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ với a, b, c là các số khác 0. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng d ?

A. $\frac{x+a}{x_0} = \frac{y+b}{y_0} = \frac{z+c}{z_0}$

B. $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$.

C. $\frac{x-a}{x_0} = \frac{y-b}{y_0} = \frac{z-c}{z_0}$.

D. $\frac{x+x_0}{a} = \frac{y+y_0}{b} = \frac{z+z_0}{c}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 4 - 4t \end{cases}$. Vector nào sau đây **không phải** là vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u} = (9; -3; -12)$.

B. $\vec{u} = (-1; 2; 4)$.

C. $\vec{u} = (3; -1; -4)$.

D. $\vec{u} = (-3; 1; 4)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 2(m+1)z + 11 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình đã cho là phương trình mặt cầu?

A. $m \leq 0$.

B. $m < 0$.

C. $m \geq 0$.

D. $m > 0$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y + 2z - 5 = 0$. Tìm tâm của mặt cầu (S).

A. $I(-3;1;-1)$.

B. $I(3;-1;1)$.

C. $I(-6;2;-2)$.

D. $I(6;-2;2)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $d_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{4}$, $d_2: \begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2-3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\cos(d_1, d_2) = \frac{\sqrt{91}}{26}$.

B. $\cos(d_1, d_2) = -\frac{\sqrt{91}}{26}$.

C. $\sin(d_1, d_2) = \frac{\sqrt{91}}{26}$.

D. $\sin(d_1, d_2) = -\frac{\sqrt{91}}{26}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ và mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

B. $\cos(\Delta, (P)) = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

C. $\sin(\Delta, (P)) = \frac{aA + bB + cC}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

D. $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|aA + bB + cC|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (2,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ được gắn trên hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới sao cho điểm A trùng với gốc tọa độ O và $A'B' = 5$, $A'D' = 3$, $AA' = 7$.

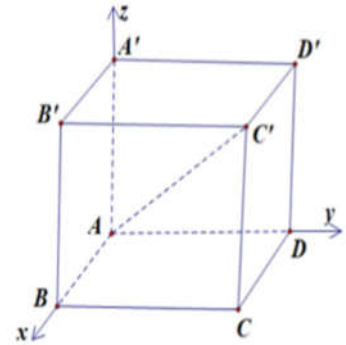
a) Điểm $C(5;3;0)$.

b) Vector $\vec{u} = (5;3;0)$ là vector chỉ phương của đường thẳng $A'C'$.

c) Góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và AC' bằng 60° .

d) Phương trình tham số của đường thẳng BB' là

$$\begin{cases} x=5 \\ y=0 \\ z=t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$



Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$ và điểm $A(0;-1;1)$.

a) Bán kính của mặt cầu $R = 16$.

b) Phương trình mặt cầu (S) được viết lại là $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 16$.

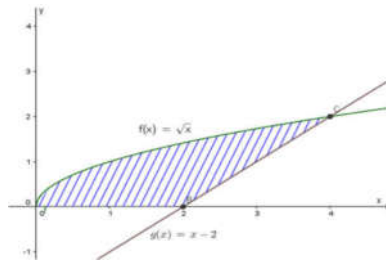
c) Điểm A nằm trong mặt cầu (S) .

d) Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 6$. Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d bằng 7.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (2,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

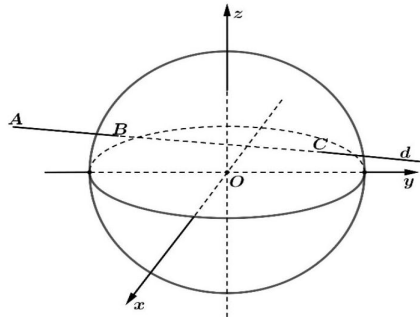
Câu 1. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\sin x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = a - \frac{\sqrt{2}}{a}$, $a \in \mathbb{Z}$. Tính a .

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng được cho bởi hình vẽ sau (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 3. Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km . Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Gọi $B(a;b;c)$ là tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa. Tính $a+b+c$.



PHẦN IV. Tự luận (3,0 điểm). Thí sinh trình bày lời giải chi tiết từ câu 1 đến câu 3.

Câu 1: Tìm $\int 2.e^x dx + \int (4x^3 - x + 5) dx$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-3;1), B(-2;0;1)$ và vectơ $\vec{n} = (3;1;-5)$.

- c) Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và nhận $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến.
- d) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) .

Câu 3. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z=0$, đồng thời thuộc mặt cầu có $(S): (x-32)^2 + (y-50)^2 + (z-10)^2 = 109$ (đơn vị độ dài tính theo mét). Gọi J là hình chiếu vuông góc của tâm I mặt cầu trên mặt sân. Khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu?

---HẾT---